

# アルミニウム合金製薄肉円筒の座屈挙動に関する研究

高橋明宏・山元直行・白谷悟<sup>1</sup>・富山光耀・野村國彦<sup>2</sup>・豊廣利信

## A Study on Buckling Behavior of Aluminum Circular Tubes

Akihiro TAKAHASHI, Naoyuki YAMAMOTO, Satoru SHIRATANI<sup>1</sup>, Mitsuteru TOMIYAMA,  
Kunihiro NOMURA<sup>2</sup> and Toshinobu TOYOHIRO

(Received October 1, 2008)

**Abstract** The circular tubes made of aluminum are generally known for excellent specific elasticity and high energy absorption capabilities. Automobiles employ energy absorbing applications to protect us in case of an accident. In order to enhance the engineering design element of structure parameters, such as tube length,  $\ell$ , thickness,  $t$  and mean radius,  $R$ , the buckling examinations of circular tubes are conducted at quasi-static rate. For comparison, the hexagonal thin-walled tubes are also tested. The buckling examinations are observed in sequence, and then the buckling behaviors are classified under three deformation modes. Cracks are detected in the top of wrinkles at non-axisymmetric buckling. The influence caused by crack initiation has been discussed. It is found that the absorbed energy per unit weight,  $e_w$ , both circular and hexagonal tubes considerably depends on tube length. Approximate equation is as follow.  $e_w = 1773\ell^{-0.9262}$ . It is confirmed that the primary peak stress,  $\sigma_1$  and the mean stress,  $\sigma_m$ , obtained from experimental testing can be extremely predicted using equations proposed Ushijima et al..

**Keywords** [Aluminum circular tube, Buckling, Maximum strain, Peak stress, Mean stress, Prediction ]

### 1 序論

リディース・リユース・リサイクルの3Rを通じて地球規模での循環型社会の構築を目指し、2003年に我が国は COP3 京都議定書を批准した。それ以降3Rイニシアティブの推進や種々の取り組みが行われている。経済産業省のエネルギー白書<sup>1)</sup>によれば、2006年度に輸入された原油が国内エネルギーとして消費される内の23%は運輸部門が占め、その内の85%は自動車用ガソリン・軽油として消費されていることが公表されている。現在、自動車の軽量設計や熱機関の効率向上といった低燃費化に関する技術革新が社会的要請となっている。

自動車の車体構造は、鋼材曲げ加工とスポット溶接を駆使した鍛金工法によって製造されている。近年、押出法や新ハイドロフォーミング法といった塑性加工法の充実により、パイプ部材を巧みに組み合わせたスペースフレーム構造が適用されるようになった。同時に鋼材から軽合金に材料置換することで大幅な軽量化が達成される。しかしながら、自動車の強度・耐久性等の視点に立てば、単純な軽量化は構造全体の弱体化を誘発させる可能性があり、例えば衝突時の人的被害が懸念される。換言すれば、燃費向上のための軽量化と乗員保護のための衝突安全性とは、車体構造設計の観点から互いにトレードオフの関係にあるといえる。そのために単位重量当た

1 プレス工業株式会社

2 都城高専非常勤講師

PRESS KOGYO Co., Ltd.

Miyakonojo National College of Technology, A Part-Time Lecturer

りのエネルギー吸収量  $e_w$ [J/g]を効率良く高めるための要素設計技術の確立が要求される。

本研究では、供試材として汎用アルミニウム合金製円筒体を用い、準静的負荷速度で座屈試験を行った。特に円筒体寸法の中で軸の長さを広い範囲で設定し座屈変形モードの遷移を確認することにした。また単位重量当たりのエネルギー吸収量  $e_w$  を求め、それを向上させるための基礎的な検討を行った。さらに隔壁を内持する正六角筒の座屈挙動とエネルギー吸収との相関に着目した実験も行った。

## 2 実験方法

### 2.1 供試材および座屈試験

供試材は A6063-T5 押出材であり、受入れた状態のものを使用した。この受入材の押出方向の硬度は HV68.1 であった。なお工作機械を用いて所定寸法に仕上げ、円筒端面はサンドペーパー(#400~1000)を適宜使用し、加工疵やバリを除去した。

Fig.1 は、円筒体の各寸法の記号と座屈試験時の円筒体上下端部の試験治具を示したものである。円筒体は試験治具による拘束を行わず、正六角筒は実車を想定してボルト締結による拘束を行った。端面には特に潤滑グリース等は塗布していない。Table1 は円筒体および正六角筒の寸法一覧である。ここで  $\ell$  は円筒体の軸長、 $R$  は平均半径、 $t$  は肉厚を示す。実験では万能材料試験機(オートグラフ 島津製作所製 AG-I 容量 250kN およびアムスラー 島津製作所製 UH-1000kNA 容量 1000kN)を用い、圧縮負荷を室温・大気中で作用させた。負荷速度はすべて 1mm/min. で行った。座屈試験の際、途中の変形状況をデジタルカメラで撮影し、座屈変形パターンの確認を行った。

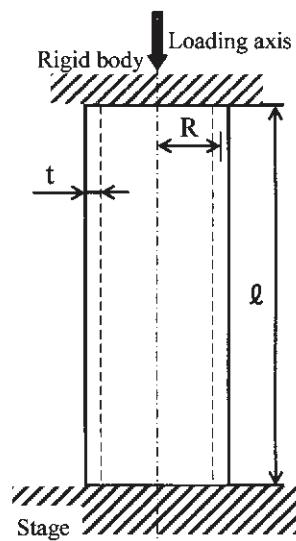


Fig.1 Tube geometry and loading condition

Table 1 Values of the parameters in material used

A6063-T5	$R$ (mm)	$t$ (mm)	$\ell$ (mm)				
Circular tube	48.5	3	20	100	250	500	1000
	47.5	5	20	-	250	500	-
Hexagonal thin walled tube	90.4	1.8					
			250				

## 3 実験結果

### 3.1 座屈試験結果

Fig.2 は、軸長  $\ell=20mm$  で肉厚  $t=3mm$  および  $5mm$  の円筒体座屈試験における荷重一変位曲線である。負荷開始から直線的な挙動を示した後、肉厚  $3mm$  の円筒体は(a)点で降伏した後、なだらかに反力が低下した。一方、肉厚  $5mm$  の場合、(c)点で降伏を示した後、反力の増加を示した。

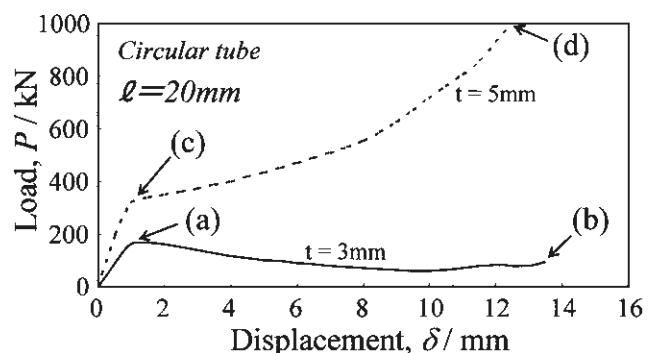


Fig.2 Typical load-displacement curves of the circular tubes with  $\ell=20mm$  height

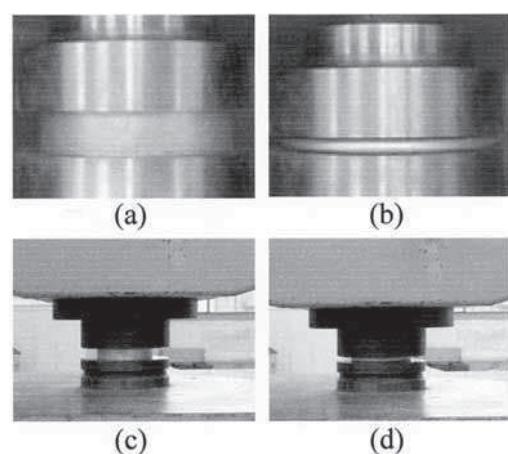


Fig.3 Sequential observation of the circular tube during buckling deformation. (a)~(d) agree with symbols in Fig.2

Fig.3 は、Fig.2 の図中に記号で示した荷重-変位レベルにおける円筒体の変形の様子を示したものである。肉厚 3mm および 5mm の円筒体とともに、しづが軸対称に変形し、外側に折れて畳まれるという展開を示した。目視により試験後の円筒体を観察したところ、き裂の発生や大きな損傷は確認されなかった。

Fig.4 は軸長  $\ell=100\text{mm}$  で肉厚  $t=3\text{mm}$  の円筒体座屈試験における荷重-変位曲線である。試験開始から終了までに変形荷重の周期的な変動が見られた。

Fig.5 は Fig.4 の図中に記号で示した荷重-変位レベルにおける円筒体の変形の様子を示したものである。円筒上部より変形が開始され、順次上端から折り畳まれながら進行していくことがわかった。また円筒の変形は軸対称の形態を維持していた。Fig.4 の荷重

-変位曲線に対応させると、円筒体の座屈変形過程において、荷重-変位曲線の山となる荷重のピークと半径方向に張り出すしづの形成の完了が対応することがわかった。

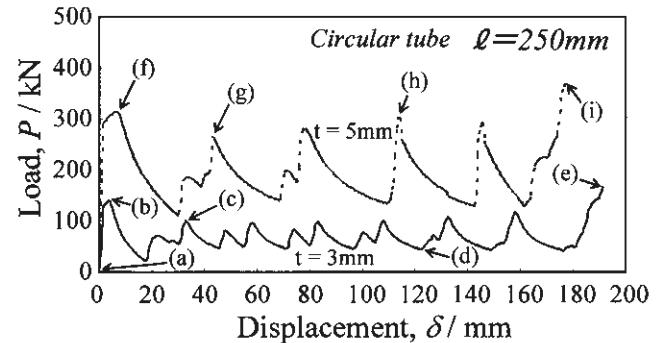


Fig.6 Typical load-displacement curves of the circular tubes with  $\ell=250\text{mm}$  height

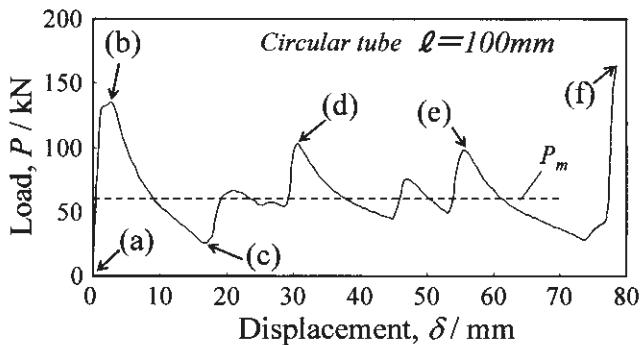


Fig.4 Typical load-displacement curves of the circular tube with  $\ell=100\text{mm}$  height

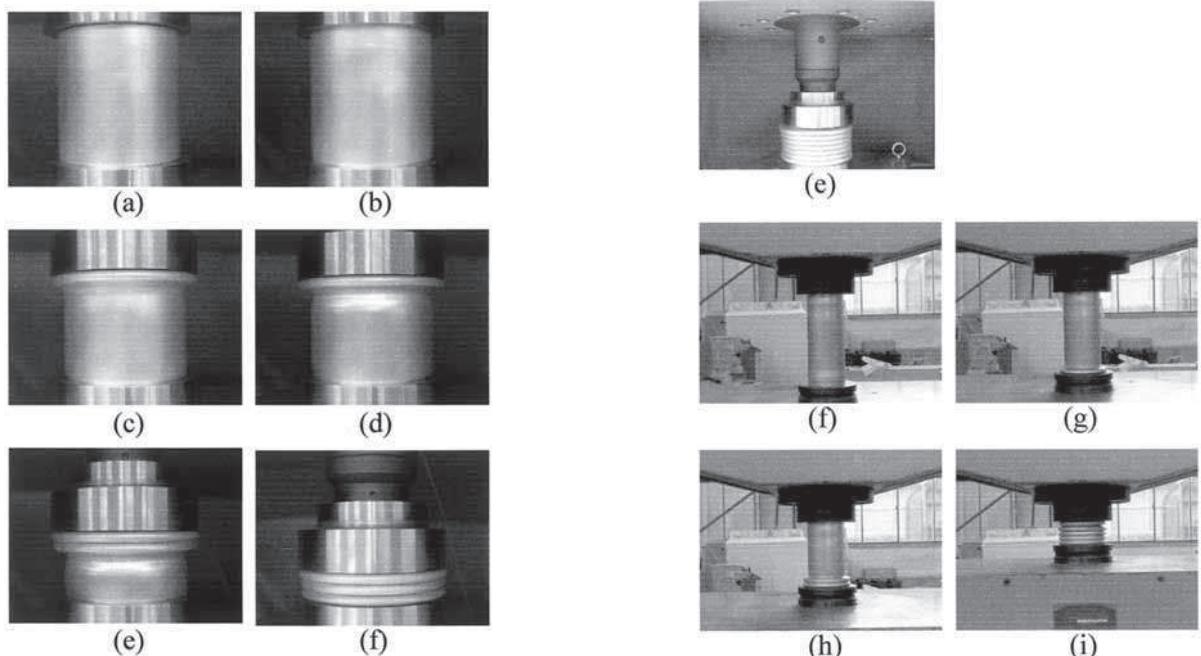


Fig.5 Sequential observation of the circular tube during buckling deformation. (a)~(f) agree with symbols in Fig.4

Fig.7 Sequential observation of the circular tube during buckling deformation. (a)~(i) agree with symbols in Fig.6

Fig.6 は軸長  $\ell=250mm$  で肉厚  $t=3mm$  および  $5mm$  の円筒体座屈試験における荷重一変位曲線である。Fig.4 と同様な変形荷重の変動が認められた。Fig.7 は Fig.6 の図中に記号で示した荷重一変位レベルにおける円筒体の変形の様子を示したものである。肉厚が

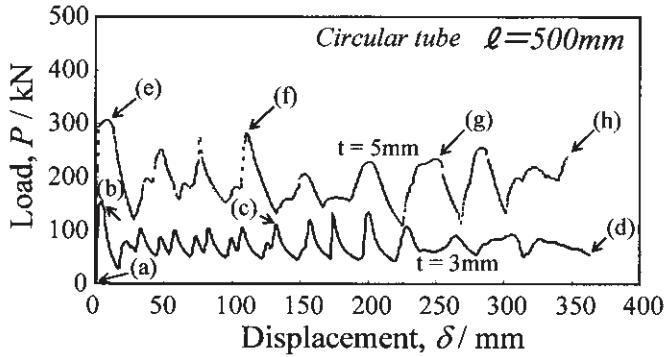


Fig.8 Typical load-displacement curves of the circular tubes with  $\ell=500mm$  height

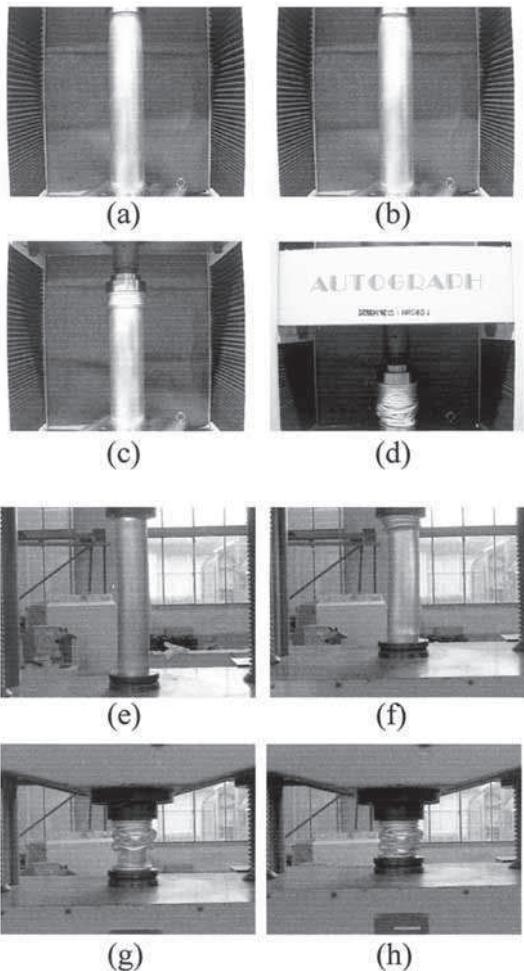


Fig.9 Sequential observation of the circular tube during buckling deformation. (a)~(h) agree with symbols in Fig.8

異なっても端部からしづわが形成され、順次折りたたまれながら変形が進行した。

Fig.8 は軸長  $\ell=500mm$  で肉厚  $t=3mm$  および  $5mm$  の円筒体座屈試験における荷重一変位曲線である。Fig.4 および Fig.6 と同様な変形荷重の変動が認められた。Fig.9 は Fig.8 の図中に記号で示した荷重一変位レベルにおける円筒体の変形の様子を示したものである。負荷開始から円筒端部から同心円状に軸対称変形したが、途中の段階で非軸対称型の変形を現し、座屈変形モードが遷移した。これは肉厚に関係なく発生した。

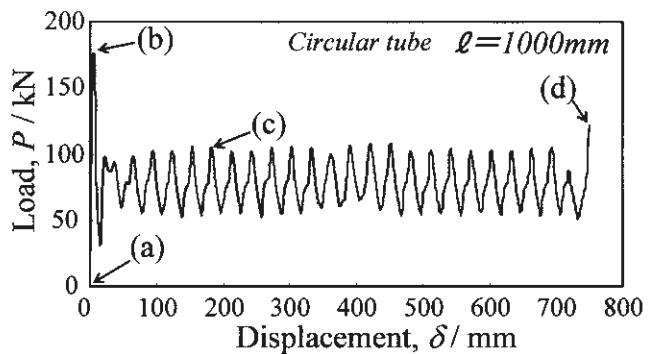


Fig.10 Typical load-displacement curves of the circular tube with  $\ell=1000mm$  height

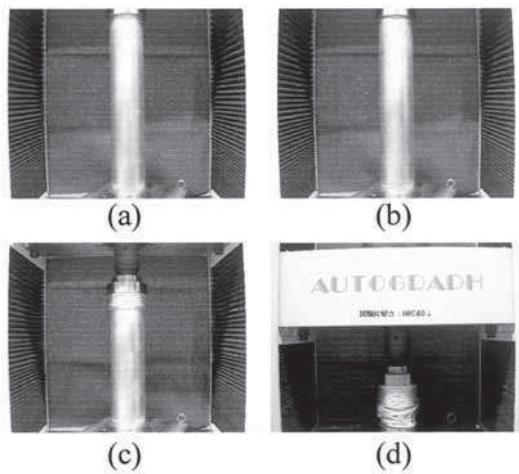


Fig.11 Sequential observation of the circular tube during buckling deformation. (a)~(d) agree with symbols in Fig.10

Fig.10 は軸長  $\ell=1000mm$  で肉厚  $t=3mm$  の円筒体座屈試験における荷重一変位曲線である。Fig.4、Fig.6 および Fig.8 と同様な変形荷重の変動が認められた。Fig.11 は Fig.10 の図中に記号で示した荷重一変位レベルにおける円筒体の変形の様子を示したものである。Fig.9 と同様に座屈変形モードが途中で遷移して

いることがわかった。変形モードの遷移後の変形は内側に向かってしわが形成される非軸対称型を示し、一旦非軸対称の変形が開始すれば試験終了まで継続した。Fig.12は、非軸対称型の座屈変形モードを成した円筒体で発生したき裂である。矢印で示したように、外側に張り出したしわの表面や、内側に向かって変形したしわのすべり方向に沿ってき裂が発生した。これらは肉厚の違いに関わらず観察された。

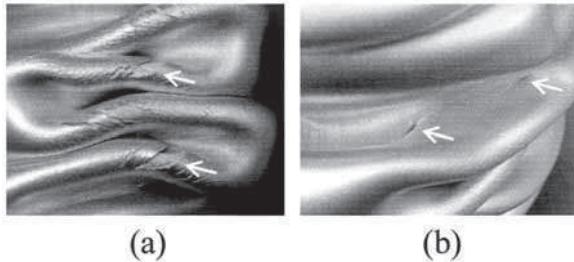


Fig.12 Schematic micrographs of typical examples of the crack initiation around the top of wrinkles at non-axisymmetric buckling deformation

Fig.13は、正六角筒の座屈試験における荷重一変位曲線である。Fig.4、Fig.6、Fig.8およびFig.10とは異なり、変形初期段階で高い変形荷重を成し、その後低下するが荷重変動の振幅が大変狭く、15mm変位したあたりからプラトーな荷重応答が認められた。Fig.14はFig.13の図中に記号で示した荷重一変位レベルにおける円筒体の変形の様子を示したものである。負荷開始から円筒端部から非軸対称型の変形を示し、途中で座屈変形モードが遷移することなく試験終了まで維持した。中空構造の円筒体と異なり、正六角筒は内部に隔壁を有し、且つ変形当初から非軸対称型の座屈変形モードで進展するが、安定したエネルギー吸収が得られることがわかった。

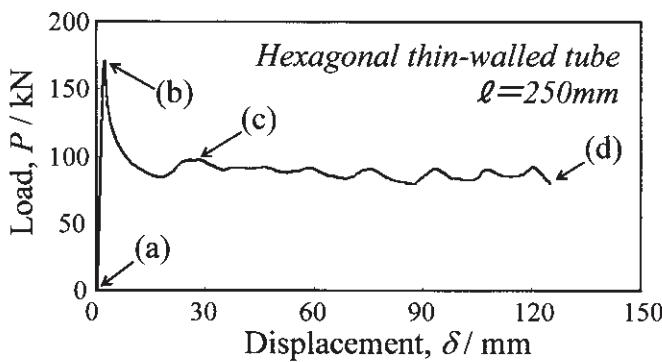


Fig.13 Typical load-displacement curves of the hexagonal thin-walled tube with  $\ell=250\text{mm}$  height

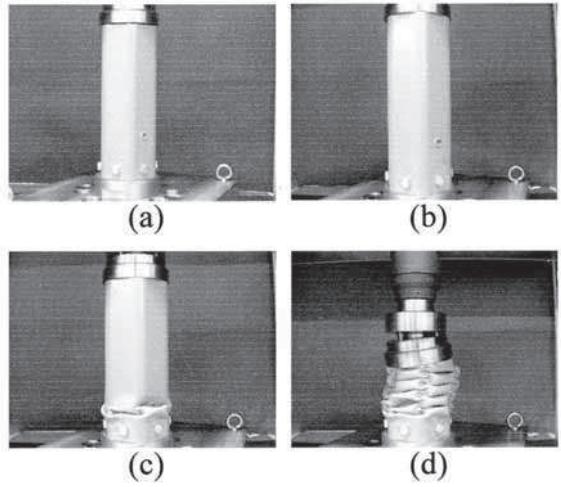


Fig.14 Sequential observation of the hexagonal thin-walled tube during buckling deformation.  
(a)~(d) agree with symbols in Fig.13

### 3.2 円筒寸法と吸収エネルギー

Fig.15は、単位重量当たりの吸収エネルギー $e_w$ と軸長 $\ell$ との関係をまとめたものである。 $e_w$ でまとめると、図中のべき乗近似曲線と良い相関を示し、 $e_w$ は円筒体の軸長に大きく依存することが認められた。また

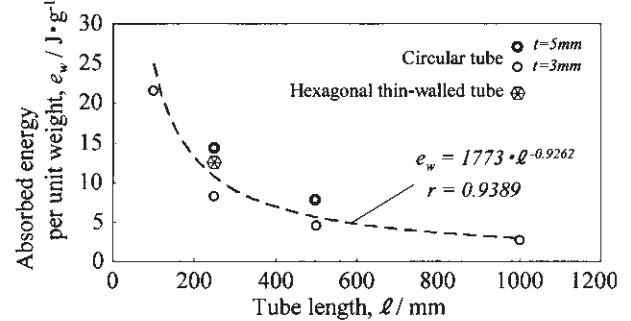


Fig.15 Dependence of the tube length,  $\ell$ , on absorbed energy per unit weight,  $e_w$ , in present study

正六角筒のように隔壁を有している構造体の $e_w$ もべき乗近似曲線と良い相関を示し、構造や座屈変形モードに関係なく、本研究範囲の $e_w$ に対して軸長 $\ell$ が最も強く影響を及ぼすことが確認できた。

## 4 考察

### 4.1 円筒体軸長と円周方向ひずみ

本研究において、非軸対称型の座屈変形を呈する円筒でき裂の発生が認められた。き裂が一旦発生すれば、荷重の伝達や塑性変形の進行を不安定にさせ、

エネルギー吸収機能を損なってしまう。そのために可能な限りき裂の発生を抑制しなければならない。本研究の結果から、円筒体の軸長  $\ell$  が長いほど非軸対称変形が形成され、それに伴って単位重量当たりの吸収エネルギーも大幅に低下することがわかった。例えば、肉厚  $3mm$  で軸長  $\ell=100mm$  の円筒体の単位重量当たりの吸収エネルギーは  $21.6J/g$  であるのに対し、肉厚  $3mm$  で軸長  $\ell=1000mm$  のそれは  $2.57J/g$  であり  $88\%$  低下した。

松田は、6000系アルミニウム合金の正四角筒の座屈試験を行い、周方向にひずみが集中し軸方向に割れが発生したと述べている<sup>2)</sup>。本研究で観察された非軸対称変形時のき裂は、座屈変形中のしわ外側の頂上部(Fig.12(a))、あるいはしわが内部に折り曲がっているところの先端部分(Fig.12(b))で観察されている。円筒体に円周方向ひずみ  $\varepsilon_\theta$  が集中し、き裂が発生した場合には本来吸収するはずのエネルギーが蓄えられないことになるため、事前に円筒体寸法から変形モードやそれに伴うき裂の発生が予測できれば、構造設計上有利である。

円周方向の最大ひずみ  $\varepsilon_{\theta\max}$  は、しわの頂上部外側で生じる<sup>3)</sup>。Fig.16に示したように、しわの外側および内側の半径をそれぞれ  $R_o$  と  $R_i$  とし座屈試験前の平均半径を  $R$  とする。円周方向の最大ひずみ  $\varepsilon_{\theta\max}$  は、

$$\varepsilon_{\theta\max} = \ell n\left(\frac{R_o}{R}\right) \quad (1)$$

である。そこで試験後の円筒体から  $R_o$  を測定し  $\varepsilon_{\theta\max}$  を算出した。なお軸長  $\ell=500mm$  および  $1000mm$  の円筒体は、負荷開始直後に同心円状の軸対称変形を示した後、非軸対称変形に遷移したため、 $R_o$  の測定は

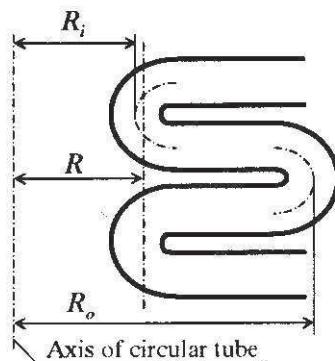


Fig.16 Schematic illustration of the wrinkles and definitions of  $R_o$ ,  $R_i$  and  $R$  in folded

軸対称変形を呈した部分で行った。Fig.17 は、肉厚  $t=3mm$  の円筒体について、 $\varepsilon_{\theta\max}$  に対し軸長  $\ell$  を平均

半径  $R$  で規格化した無次元数  $\ell/R$  でまとめたものである。この図からは、本研究の範囲内において  $\varepsilon_{\theta\max}$  は  $\ell/R$  と相関があり、負の依存性を有することが認め

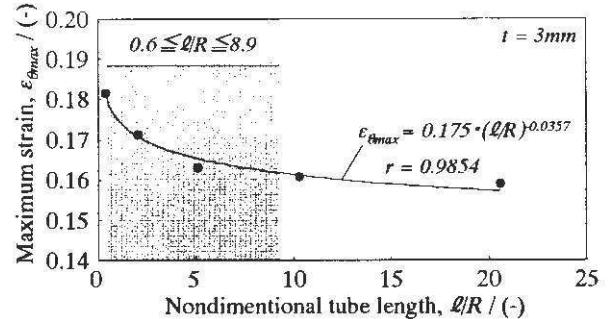


Fig.17 Variation of Maximum strain,  $\varepsilon_{\theta\max}$  with nondimensional tube length,  $\ell/R$

られた。また肉厚に関係なく  $\ell/R \geq 10$  で  $\varepsilon_{\theta\max}$  が  $0.160$  以下であれば非軸対称変形を成し、き裂が発生すると予測できる。なお、国内外のカーメーカーから上市されている自動車用バンパーステイ部材 10 ケを入手し、 $\ell/R$  範囲を調査すると Fig.17 内にハッチングをした  $0.6 \leq \ell/R \leq 8.9$  となった。この範囲内に限定して考察すると、相関係数が  $0.9854$  である近似曲線に従えば、 $\varepsilon_{\theta\max}$  は  $\ell/R$  に依存すると考えられる。しかし  $\varepsilon_{\theta\max}$  が  $0.160 \sim 0.180$  という範囲は、工学的な観点からいえば大変狭小であるといえるため、 $\varepsilon_{\theta\max}$  は  $\ell/R$  に依存しないとして差し支えない。ただし、 $\ell/R > 20$  などの円筒体軸長が長い領域においてはオイラー型の単一座屈変形が生成する可能性が高いことに十分留意しなければならない。

#### 4.2 頭部障害とピーク応力

車体衝突時において乗員が過大な衝撃力を受けることで傷害を被ることや、歩行者が自動車と衝突した際に、ボンネットに頭部や胸部を打ちつけることが知られている<sup>4)</sup>。脳しんとうの発生限界のしきい値として頭部障害値  $HIC$  が定められ、 $HIC \geq 1000$  とされている。この  $HIC$  は次の式で定義されている<sup>5)</sup>。

$$HIC = \left( \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} adt \right)^{2.5} (t_2 - t_1) \quad (2)$$

ここで  $a$  は試験用ダミ一人形の頭部中心の合成加速度、 $t_2 - t_1$  は最大加速度を示すまでの時間である。加速度は荷重に比例するため、衝撃吸収部品には座屈変形時に初期のピーク荷重(応力)を抑えた部品設計が必要であることを意味している。そこで、座屈試験で測定された初期ピーク応力  $\sigma_p$  と円筒体軸長  $\ell$  を

整理してみた。なお $\sigma_l$ は、荷重を円筒体断面積 $2\pi R t$ で除することで計算した。その結果、初期ピーク応力 $\sigma_l$ は肉厚の変化に関係なく軸長 $t/R$ に依存せず一定値を示した。

*Timoshenko* と *Gere*<sup>6)</sup>による円筒シェル座屈解析によれば、加工硬化を考慮した弾塑性座屈応力 $\sigma_{pl,cr}$ は、

$$\frac{\sigma_{pl,cr}}{E} = \frac{t}{R\sqrt{3(1-\nu^2)}} \left( \frac{E_h}{E} \right) \quad (3)$$

である。ここで $\nu$ はポアソン比、 $E$ は縦弾性係数、 $E_h$ は塑性係数である。

牛島ら<sup>7)</sup>は有限要素解析に基づき、二直線硬化近似則に従うアルミニウム円筒体の初期ピーク応力に対し、以下の近似式を提案している。

$$\frac{\sigma_l}{E} = \frac{t}{R\sqrt{3(1-\nu^2)}} \left( \frac{E_h}{E} \right)^{0.7 \left( 1 - \frac{E_h}{E} \right)} \quad (4)$$

Fig.18 は、初期ピーク応力 $\sigma_l$ を縦弾性係数 $E$ で除した無次元数に対して、塑性係数比 $E_h/E$ でまとめたものである。本研究で得られた実験値は、式(4)によく対応していた。すなわち、円筒体の肉厚比 $t/R$ および引張試験から得られるポアソン比 $\nu$ 、縦弾性係数 $E$ 、塑性係数 $E_h$ のデータを用いることで頭部障害値 HIC を抑えるための初期ピーク応力 $\sigma_l$ が制御可能であるといえる。

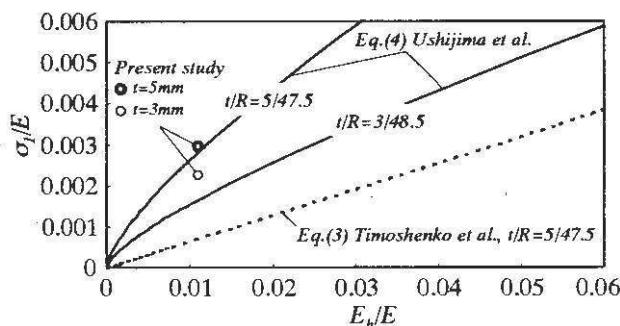


Fig.18 Variation of  $\sigma_l/E$  with  $E_h/E$  for aluminum circular tubes compared with Timoshenko's and Ushijima's models.  
Both open points are experimental results

#### 4.3 平均応力の予測

実際に機械要素・部品類を設計する上で、材料の代表強度をベースとした安全設計法が一般的であり、かなり以前から設計基準応力として平均的な強さが用いられている<sup>8)</sup>。座屈変形における平均荷重値は、

例えば Fig.4 に記載した平均荷重 $P_m$ を指す。これは 70mm まで座屈させた場合の平均値である。自動車の車体衝撃設計は平均荷重 × 変形と同義である変形エネルギーをもって行われている<sup>9)</sup>ことから、平均荷重を事前に予測することは大変重要である。本研究において $\sigma_m$ は、円筒を 70mm まで変形させたときの $P_m$ を断面積で除することを求めた。

円筒体の平均応力 $\sigma_m$ は、数多くの理論的および実験的研究がなされている。その中で牛島ら<sup>10)</sup>は、加工硬化を考慮した平均応力が、剛完全塑性体での理論解に含まれる降伏応力 $\sigma_y$ の代わりに、座屈変形中のしわの内部に生じる相当塑性ひずみの平均値 $\varepsilon_{pl,eq}$ を利用して定義された流動応力 $\sigma_{flow}$ を用いて、二直線硬化則に従う円筒体において精度良く評価できることを有限要素解析結果に基づいて示した。そこで、牛島らの解析と本研究で実験的に得られた平均応力 $\sigma_m$ との比較を行った。

牛島らの式<sup>10)</sup>は次のように表される。

$$\sigma_m = \frac{5.61\sigma_{flow}}{\pi} \sqrt{\frac{t}{R}} \quad (5)$$

二直線硬化則に従う材料の場合の $\sigma_{flow}$ は以下の式で表される。

$$\sigma_{flow} = \sigma_y + \frac{1}{2} \frac{EE_h}{(E-E_h)} \varepsilon_{pl,eq} \quad (6)$$

なお、 $\varepsilon_{pl,eq}$ は有限要素解析に基づいて以下の近似式を用いている。

$$\varepsilon_{pl,eq} = \frac{5}{2} \left( \frac{t}{R} \right)^{5/4} \quad (7)$$

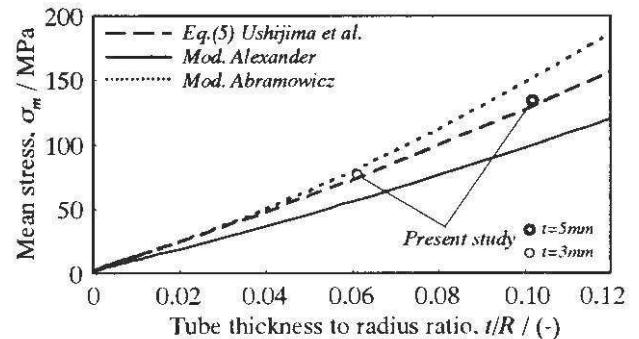


Fig.19 Variation of mean stress,  $\sigma_m$ , with tube thickness to radius ratio,  $t/R$  comparing with several authors.  
Both open points are experimental results

Fig.19 は、式(6)の  $\sigma_{flow}$  を式(5)、修正 Alexander および修正 Abramowicz の三つの式<sup>10)</sup>に代入して平均応力  $\sigma_m$  を計算し、肉厚比  $t/R$  でまとめたものである。牛島らの式と本実験結果が大変良く一致していることがわかる。牛島らは、式(5)は円筒体の直径が変化した場合でも座屈実験による平均応力との相対誤差が 10% 以内であるとされている<sup>10)</sup>。今回、円筒体の軸長を幅広く変化させた実験との比較を行ったが、軸長に依存せず精度良く平均応力  $\sigma_m$  を予測できることが明らかとなった。

## 5 結論

A6063-T5 アルミニウム合金製円筒体を供試材とし、準静的負荷速度で軸方向に圧縮作用を受ける円筒体の各寸法とエネルギー吸収量や応力・ひずみとの関連に関する基礎的な検討を行った。以下に本研究で得られた知見をまとめる。

1) 本研究で使用した円筒体の軸長範囲内において、肉厚比  $t/R$  や正六角筒のように内部構造が全く異なる場合においても、単位重量当たりの吸収エネルギー量  $e_w$  は円筒体軸長  $\ell$  に依存し、以下のようなべき乗近似式が得られた。

$$e_w = 1773\ell^{-0.9262}$$

2) 軸長  $\ell$  が 500mm や 1000mm といった円筒体は、肉厚比  $t/R$  に関わらず非軸対称の座屈変形モードが確認され、しわ先端部分にき裂が発生する。

3) 工学的評価から、軸対称変形におけるしわ頂上部の円周方向最大ひずみ  $\epsilon_{theta}$  は、円筒体軸長  $\ell/R$  に依存せずおおむね一定である。

4) 座屈変形における初期ピーク応力  $\sigma_i$  は軸長  $\ell$  に依存せず、円筒体の肉厚比  $t/R$ 、円筒材料のボアソン比  $\nu$ 、縦弾性係数  $E$ 、塑性係数  $E_h$  を式(4)に代入することで制御可能である。

5) 座屈変形における平均応力  $\sigma_m$  は、円筒材料の応力ひずみ応答が二直線硬化則に従うとして導いた式(5)によって予測が可能である。

## 謝辞

座屈試験を遂行するにあたり、本学建築学科から容量 1000kN の材料万能試験機をお借りしました。御協力いただきました須田量哉教授、奥野守人技術専門職員、ならびに入部朱美技術職員に深く感謝の意を表します。

## 参考文献

- 1) 経済産業省:エネルギー白書 2008, pp.133-136, 2008
- 2) 松田眞一:アルミニウム合金の高速・衝撃変形と破壊, 軽金属学会, pp.26-31, 2003
- 3) 牛島邦晴, 春山繁之, 花輪裕樹, 陳玳珩:軸圧縮荷重を受ける薄肉円筒のひずみ集中, 日本機械学会論文集(A編), Vol.71, No.707, pp.1023-1029, 2005
- 4) 西口勝也:アルミニウム合金の高速・衝撃変形と破壊, 軽金属学会, pp.32-37, 2003
- 5) 久保田正美, 松川不二夫, 鎌田実, 岩佐徳太郎, 沢田大輔:バス乗車時の車イス乗員の安全性, 自動車研究, Vol.30, No.4, pp.179-182, 2008
- 6) S.P.Timoshenko and J.M.Gere: Theory of Elastic Stability, 2nd. Ed., McGraw-Hill, pp.457-458, 1961
- 7) 牛島邦晴, 春山繁之, 陳玳珩:円管の軸圧潰における初期ピーク応力の評価, 日本機械学会論文集(A編), Vol.70, No.700, pp.1695-1702, 2004
- 8) 飯野牧夫:強度設計の基礎, オーム社, pp.1-5, 2005
- 9) 自動車技術ハンドブック 2 設計編, 自動車技術会, pp.273-299, 1991
- 10) 牛島邦晴, 春山繁之, 陳玳珩:加工硬化を考慮した円筒の軸圧潰における平均荷重の評価, 日本機械学会(A編), Vol.72, No.718, pp.865-871, 2006